ANALISA OF VARIANCE

Mentest apakah ada perbedaan yang berarti terhadap mean dari 2 (dua) populasi atau lebih.

êAnalisa Variance Sederhana

- 2 (dua) variabel : 1 variabel nominal dng beberapa katategori dan 1 variabel interval.
- Tiap kategori dari var. nominal mrp sampel dari populasi normal.
- Masing-masing memp, standar deviasi atau variance yg sama.

Ingin diselidiki : Apakah parameter mean (μ) dari masing-2 populasi itu sama atau tidak.

Atau

Kalau tidak sama maka apakah perbedaan itu cukup signi n atau tidak.

Hipotesa :

Ho : $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$
H_1 : mean setiap kategori tidak sama

Untuk menguji hipotesa ini, diselidiki 2 macam variance yang masing-2 dipergunakan sebagai penaksir thd variance populasi.

- Rata-2 variance dari semua sampel, disebut Variance Within Sampel (s_w^2) $\rightarrow$ variance ini sbg penaksir terhadap $\sigma^{2.}$
- Variance sbg penaksir terhadap σ^2 tidak membias jika sampel makin besar ialah variance antar (between) sampel (s_b^2)

Tabel untuk variabel Y dan variabel X dalam model Analisa Variance.

Var. Nominal (Y) / Var Interval (X)	Kategori				Total
	A_1	A_2	…	A_k	
Scores	x_{11} x_{21} x_{31} .. .. x_{n11}	x_{12} x_{22} x_{32} .. .. x_{n12}	… … … … … …	x_{1k} x_{2k} x_{3k} .. .. x_{nkk}	
Jumlah	x_{i1}	x_{i2}	…	x_{ik}	$\Sigma\Sigma\, x_{ij}$
Means Banyak Pengamatan	$\bar{x}._1$ n_1	$\bar{x}._2$ n_2	… …	$\bar{x}._k$ n_k	Grand means $\bar{x}._n$

$$s^2_{A1} = \frac{\Sigma\,(x_{i1} - \bar{x}._1)^2}{n_1 - 1}$$

$$s^2_{A2} = \frac{\Sigma\,(x_{i2} - \bar{x}._2)^2}{n_2 - 1}$$

$$s^2_{Ak} = \frac{\Sigma\,(x_{ik} - x._k)^2}{n_k - 1}$$

$$s_w^{\,2} = s^2_{A1} + s^2_{A2} + \ldots\ s^2_{Ak} = \frac{\underset{i\ \ j}{\Sigma\Sigma}\,(x_{ij} - \bar{x}._j)^2}{n - k}$$

$$\Sigma\Sigma\,(x._j - \bar{x}..)^2$$

$$s_b^2 = \frac{\underline{i \quad j}}{k - 1}$$

Apabila sampel-2 itu berasal dari populasi yang berbeda meannya, maka s_b^2 itu lebih besar dari s_w^2 atau $s_b^2/s_w^2 > 1$. Jadi perbandingan s_b^2 dengan s_w^2 adalah F, menentukan diterima atau ditolaknya hipotesa nol. Jika :

- F hitung > F tabel $\rightarrow$ Ho ditolak
- F hitung < F tabel $\rightarrow$ Ho diterima

Perhitungan Statistik F dari Analisa Variance

Sumber Variasi	Variasi Jml Kuadrat penyimpangan	Tingkat Kebebasan	Variance (4) = (2) : (3)	F
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
TSS	$\Sigma\Sigma\,(x_{ij}^2) - \frac{(\Sigma\Sigma x_{ij})^2}{n}$	n-1		
BSS	$\frac{\Sigma(\Sigma x_j)^2}{n_j} - \frac{(\Sigma\Sigma x_{ij})^2}{n}$	k-1	s_b^2	
WSS	$\Sigma\Sigma\,(x_{ij}^2) - \frac{(\Sigma\Sigma x_j)^2}{n_j}$	n-k	s_w^2	$\frac{s_b^2}{s_w^2}$

TSS = Total Sum of Square

WSS = Within Sum of Square

BSS = Between Sum of Square

Contoh :

Y X	A	B	C	D	Total
	7 2 4	6 4 6	8 4 5	7 4 2 5	
Jumlah	13	16	17	18	64
Mean	$\frac{13}{3}$	$\frac{16}{3}$	$\frac{17}{3}$	$\frac{18}{4}$	$\frac{64}{13}$
Banyak Pengamatan	3	3	3	4	13

Asumsi : (1) Pengukuran :

X : skala interval

Y : skala nominal

(2) Model :

- Independen random sampling
- Populasi normal
- Variance populasi : sama

(3) Hipotesa :

Ho : $\mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D$

H_1 : μ_A , μ_B , μ_C , μ_D berbeda satu sama lain

Tk Signifikansi : $\alpha = 0{,}05$

- Ho diterima jika :

  $F \leq F_{0,05;\,(k-1,n-k)} \rightarrow F \leq F_{0,05;\,(3,\,9)} = 3{,}86$

  k = 4

  n = 13

- Ho ditolak jika :

  $F > F_{0,05;\,(k-1,n-k)} \rightarrow F > F_{0,05;\,(3,\,9)} = 3{,}86$

Perhitungan harga F :

$$TSS = \Sigma\Sigma (x_{ij}^2) - \frac{(\Sigma\Sigma x_{ij})^2}{n}$$

$$= (7^2+2^2+4^2+6^2+4^2+6^2+8^2+4^2+5^2+7^2+4^2+2^2+5^2) - \frac{64^2}{13}$$

$$= 356 - 315{,}08$$

$$= 40{,}92$$

$$BSS = \frac{\Sigma(\Sigma x_j)^2}{n_j} - \frac{(\Sigma\Sigma x_{ij})^2}{n}$$

$$= \left(\frac{13^2}{3} + \frac{16^2}{3} + \frac{17^2}{3} + \frac{18^2}{4}\right) - \frac{64^2}{13}$$

$$= 319 - 315{,}08$$

$$= 3{,}92$$

$$WSS = \Sigma\Sigma (x_{ij}^2) - \frac{(\Sigma\Sigma x_j)^2}{n_j}$$

$$= (7^2+2^2+4^2+6^2+4^2+6^2+8^2+4^2+5^2+7^2+4^2+2^2+5^2) - \left(\frac{13^2}{3} + \frac{16^2}{3} + \frac{17^2}{3} + \frac{18^2}{4}\right)$$

$$= 356 - 319 = 37 \text{ atau}$$

WSS = TSS – BSS = 40,9 – 3,92

Tabel Anova

Sumber Variasi	Variasi	Tingkat Kebebasan	Variance 4 = 2: 3	F
1	2	3	4	5
TSS	40,92	12	$s_b^{2} =$ 1,31	$\frac{1{,}31}{4{,}11}$=0,32
BSS	3,92	3	$s_w^{2} =$ 4,11	
WSS	37	9		

F = 0,32 < 3,86 → Ho diterima

Analisa Variance : Two-way Analysis

Terdiri dari 3 variabel : 2 var. nominal dan 1 var interval

Var. nominal I sbg kolom dan nominal II sbg baris.

Var. I / Var II	Variabel - I				Total	Mean
	A	B	C	D		
a b c	x_{11} x_{21} x_{31}	x_{12} x_{22} x_{32}	x_{13} x_{23} x_{33}	x_{14} x_{24} x_{34}	$x_{1.}$ $x_{2.}$ $x_{3.}$	$x_{1.}$ $x_{2.}$ $x_{3.}$
Jumlah	$x_{.1}$	$x_{.2}$	$x_{.3}$	$x_{.4}$	$x_{..}$	
Means	$\bar{x}_{.1}$	$\bar{x}_{.2}$	$x_{.3}$	$\bar{x}_{.4}$		$x_{..}$

Contoh :

Empat macam pupuk (A, B, C dan D) dipergunakan pada 3 jenis bibit (a, b, c), memperlihatkan hasil per ha sbb :

pupuk / bibit	A	B	C	D	$\Sigma x_{i.}$
a	7	6	8	7	28
b	2	4	4	4	14
c	4	6	5	3	18
$\Sigma x_{.j}$	13	16	17	14	60

Hipotesa yang ingin di test ialah :

Hipotesa 1 : Tidak ada pengaruh perbedaan pupuk (kolom) thd Hasil produksi.

Ho : $\mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D$

Uji hipotesa ini dilakukan secara independen thd Jenis bibit.

Hipotesa 2 : Tidak ada pengaruh perbedaan bibit (baris Hasil produksi.

H_1 : μ_A , μ_B , μ_C , μ_D berbeda satu sama lain

$$BCSS = \frac{(\Sigma x_{.j})^2}{n_{.j}} - \frac{(\Sigma\Sigma x_{ij})^2}{n}$$

$$= \left(\frac{13^2}{3} + \frac{16^2}{3} + \frac{17^2}{3} + \frac{14^2}{3}\right) - \frac{60^2}{12}$$

$$= 303{,}33 - 300$$

$$= 3{,}33$$

$$BRSS = \frac{(\Sigma x_{i.})^2}{n_{i.}} - \frac{(\Sigma\Sigma x_{ij})^2}{n}$$

$$= \left(\frac{28^2}{3} + \frac{14^2}{3} + \frac{18^2}{3}\right) - \frac{60^2}{12}$$

$$= 326 - 300$$

$$= 26$$

$$TSS = \Sigma\Sigma (x_{ij}^2) - \frac{(\Sigma\Sigma x_{ij})^2}{n}$$

$$= (7^2+2^2+4^2+6^2+4^2+6^2+8^2+4^2+5^2+7^2+4^2+3^2) - \frac{60^2}{12}$$

$$= 336 - 300$$

$$= 36$$

ESS (RSS) = TSS – (BCSS+BRSS) = 36 – (3,33+26) = 6,67

Tingkat Kebebasan :

BCSS = banyak kolom = 4; tk = 4 – 1 = 3

BRSS = banyak baris = 3; tk = 3 – 1 = 2

TSS = banyak sel; tk = 12 – 1 = 11

ESS = 11 – (3+2) = 6

Tabel Anova

Sumber Variasi	Variasi	t.k.	Variance	$F_{0,05;(--,..)}$
Total	36,00	11		
Between kolom	3,33	3	1,11	1,00
Between baris	26,00	2	13,00	11,7
Error	6,67	6	1,11	

Untuk kolom

$$F = \frac{1,11}{1,11} = 1,00$$

$F_{0,05;(3,6)} = 4,76$

F hitung < F tabel
→ Ho diterima

Perbedaan-2 pupuk tidak
Mempengaruhi produksi.

Untuk baris

$$F = \frac{13,00}{1,11} = 11,7$$

$F_{0,05;(2,6)} = 5,14$

F hitung > F tabel
→ Ho ditolak

H_1 : Ada pengaruh bibit thd
Produksi.

Lebih atau sama dengan 60% maka kuesioner dapat dikatakan reliabil…..dengan uji reliabity analysis..
Valid jika hasilnya diatas 0,5 dengan uji factor analysis (KMO)..